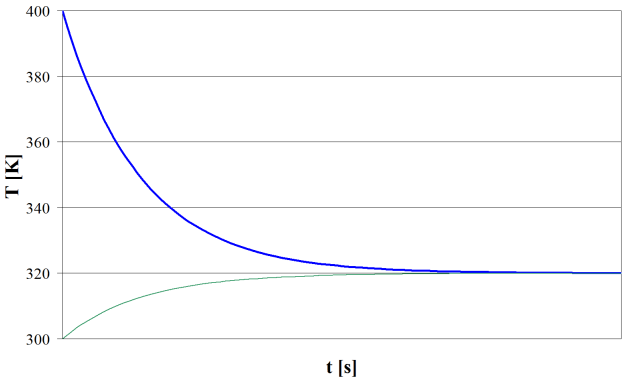
# Equilibrio
# Fenomeni termici

## ESERCIZIO

Due cubetti di metallo, di capacità entropiche diverse (cubetto 1 con $K_S(1) = 0,1\,^{\mathrm{J}}/_{\mathrm{K}^2}$ e cubetto 2 con $K_S(2) = 0,4\,^{\mathrm{J}}/_{\mathrm{K}^2}$, assumente le capacità entropiche costanti), provvisti di due sensori di temperatura sono messi in contatto termico. Uno dei due cubetti è inizialmente a 400K mentre l'altro è inizialmente a 300K. Il grafico sottostante mostra le variazioni di temperatura dei due cubetti durante l'esperienza (si considera l'entropia prodotta dispersa nell'ambiente).




Rispondi ai seguenti quesiti illustrando il tuo ragionamento:

a) Quale dei due cubetti si trovava inizialmente a 400K?

b) Calcola la temperatura all'equilibrio e determina quanta entropia contiene ciascun cubetto.

c) Riporta sul grafico sottostante, in modo qualitativo ma accurato, con due colori differenti (blu per il cubetto **1** e verde per il cubetto **2**) come pensi che cambiano i contenuti di entropia nei due cubetti al passare del tempo mentre l'entropia fluisce da un cubetto all'altro.

# SOLUZIONE

a) L'equilibrio viene raggiunto ad una temperatura che risulta più vicina a quella della temperatura iniziale del cubetto che possiede una capacità entropica maggiore, in questo caso il cubetto 2. La curva che rappresenta la variazione minore di temperatura è quella che rappresenta il cubetto inizialmente a temperatura bassa (curva verde), cioè il cubetto 2. Il cubetto che all'inizio dell'esperienza aveva una temperatura di 400 K è quindi il cubetto 2.

b) Riassumiamo il problema nella tabella seguente:

| | | ***Cubetto 1*** | ***Cubetto 2*** |
|---|---|---|---|
| | $K_S(\mathrm{J/K^2})$ | $0,1$ | $0,4$ |
| ***iniziale*** | $T_i(\mathrm{K})$ | 400 | 300 |
| | $S_i(\mathrm{J/K})$ | 40 | 120 |
| ***variazione*** | $\triangle S$ $(\mathrm{J/K})$ | $-x$ | $x$ |
| ***equilibrio*** | $S_{eq}$ $(\mathrm{J/K})$ | $40-x$ | $120+x$ |
| | $T_{eq}(\mathrm{K})$ | $\frac{40-x}{0,1}$ | $\frac{120+x}{0,4}$ |

Ora, scrivendo la condizione d'equilibrio utilizzando la grandezze intensiva e l'equazione di bilancio sulla grandezza estensiva per i due vasi formiamo un sistema di equazioni che ci permette di risolvere il problema:

$$\begin{array}{r} \text{condizione di equilibrio} \\ \text{equazione di bilancio: Cubetto 1} \\ \text{equazione di bilancio: Cubetto 2} \end{array} \left\{ \begin{array}{rcl} T_{eq}(1) & = & T_{eq}(2) \\ S_{eq}(1) - S_i(1) & = & x \\ S_{eq}(2) - S_i(2) & = & x \end{array} \right.$$

Utilizziamo la capacità idraulica per sostituire la grandezza intensiva con quella estensiva nella prima equazione:

$$\begin{array}{r} \text{condizione di equilibrio} \\ \text{equazione di bilancio: Cubetto 1} \\ \text{equazione di bilancio: Cubetto 2} \end{array} \left\{ \begin{array}{rcl} \dfrac{S_{eq}(1)}{K_S(1)} & = & \dfrac{S_{eq}(2)}{K_S(2)} \\ S_{eq}(1) - S_i(1) & = & -x \\ S_{eq}(2) - S_i(2) & = & x \end{array} \right.$$

Possiamo inserire i valori numerici:

$$\begin{array}{r} \text{condizione di equilibrio} \\ \text{equazione di bilancio: Cubetto 1} \\ \text{equazione di bilancio: Cubetto 2} \end{array} \left\{ \begin{array}{rcl} \dfrac{S_{eq}(1)}{0,1\ \mathrm{J/K^2}} & = & \dfrac{S_{eq}(2)}{0,4\ \mathrm{J/K^2}} \\ S_{eq}(1) & = & 40\ \mathrm{J/K} - x \\ S_{eq}(2) & = & 120\ \mathrm{J/K} + x \end{array} \right.$$

Le equazioni che esprimono il bilancio della grandezza estensiva all'equilibrio possono ora essere sostituite nella condizione di equilibrio e l'equazione risultante risolta per $x$:

$$\frac{40\,\mathrm{J/K} - x}{0,1\,\mathrm{J/K^2}} = \frac{120\,\mathrm{J/K} + x}{0,4\,\mathrm{J/K^2}} \Leftrightarrow x = 8,0\,\mathrm{J/K}$$

Risolvendo otteniamo:

$$\begin{cases} T_{eq} = \dfrac{S_{eq}}{K_S} = \dfrac{32\,\mathrm{J/K}}{0,1\,\mathrm{J/K^2}} = \dfrac{128\,\mathrm{J/K}}{0,4\,\mathrm{J/K^2}} = 320\,\mathrm{K} \\ S_{eq}(1) = 40\,\mathrm{J/K} - x = 32\,\mathrm{J/K} \\ S_{eq}(2) = 120\,\mathrm{J/K} + x = 128\,\mathrm{J/K} \end{cases}$$

c) Evoluzione dell'entropia nei due cubetti in funzione del tempo:

